

$2^2=4$

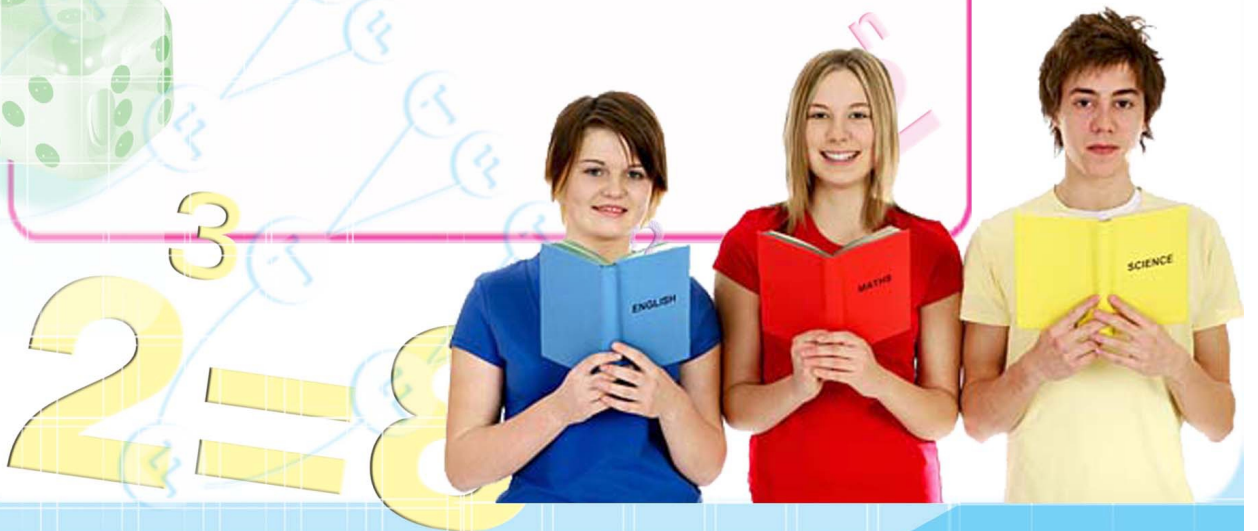
หน่วยที่

3

ทฤษฎีบททวินาม

1. แฟกทอเรียล
2. สัมประสิทธิ์ทวินาม
3. สามเหลี่ยมของปาสกาล
4. ทฤษฎีบททวินาม

สาระ
การ
เรียน
รู้



ทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem)



แฟกทอเรียล

แฟกทอเรียลของ n เขียนแทนด้วย $n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล ซึ่งมีนิยามดังนี้

นิยามที่ 1

แฟกทอเรียล n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก คือ

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\dots 3\cdot 2\cdot 1$$



สัมประสิทธิ์ทวินาม

สัมประสิทธิ์ทวินาม เป็นจำนวนที่คูณกับพจน์ของ ทวินามที่กระจายออกเป็นพจน์ย่อยๆ ซึ่งเขียนเป็น สัญลักษณ์ $\binom{n}{r}$ อ่านว่า สัมประสิทธิ์ทวินาม เอ็นอาร์

และ $\binom{n}{r}$ หมายถึง ทวินามยกกำลัง n และพจน์ที่
สัมประสิทธิ์กำกับอยู่คือพจน์ที่ $r + 1$ ซึ่งคำนวณสัมประสิทธิ์
ดังกล่าวตามนิยามที่ 2

นิยามที่ 2

เมื่อ n, r เป็นจำนวนเต็ม และ $0 \leq r \leq n$ แล้ว

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

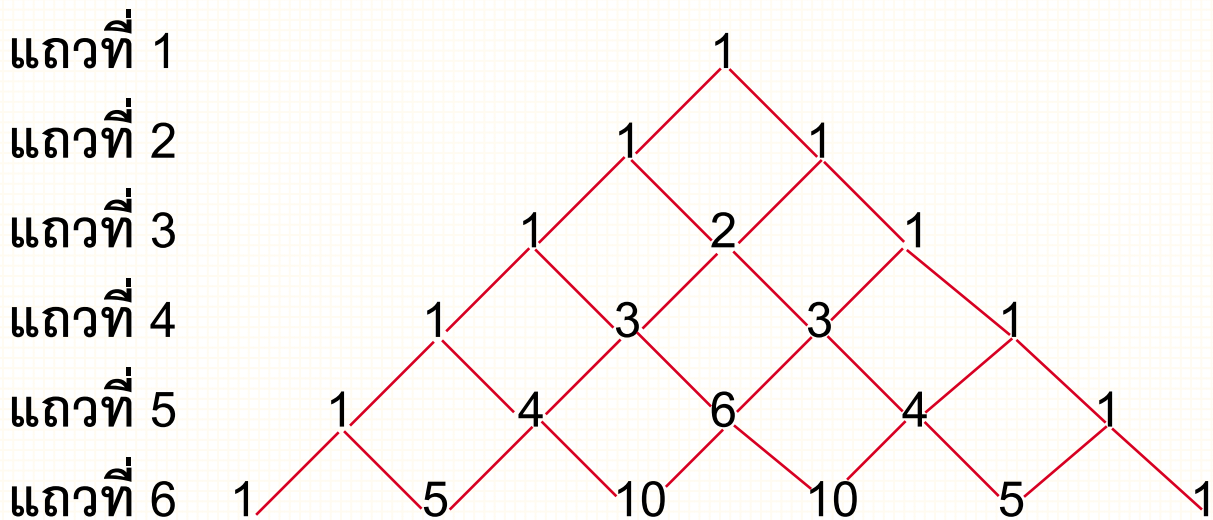


สามเหลี่ยมของปาสกาล

การกระจาย $(a + b)^n$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ
และ n เป็นจำนวนเต็มบวก เมื่อกระจายด้วยวิธีคูณจะได้

$$\begin{aligned} (a + b)^0 &= 1 \\ (a + b)^1 &= a + b \\ (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a + b)^4 &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \\ (a + b)^5 &= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \\ \vdots &= \vdots \end{aligned}$$

จากการกระจาย $(a + b)^n$ ถ้าเรานำเฉพาะสัมประสิทธิ์มาเขียน จะมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม ดังนี้



ทฤษฎีบททวินาม

ถ้า n และ r เป็นจำนวนเต็มโดยที่ $0 \leq r \leq n$ แล้ว

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$\text{หรือ } (a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$