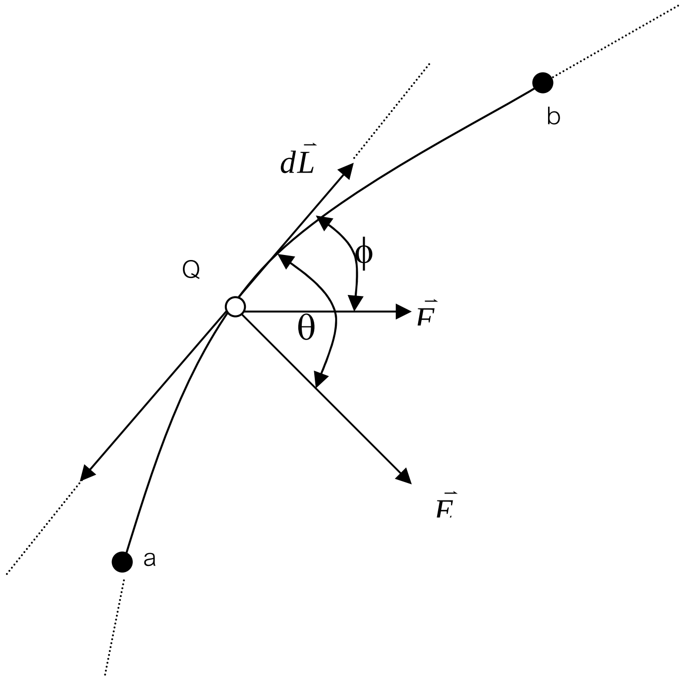
บทที่ 2.5 พลังงานศักย์ทางไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า

2.5.1 พลังงานศักย์ทางไฟฟ้า



พิจารณาการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า **Q** ภายในสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ โดยมีแรงภายนอก $\vec{F}$ กระทำให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นทาง **ab** ดังรูป ณ ตำแหน่งหนึ่ง ในเส้นทางการเคลื่อนที่ ซึ่ง $\vec{E}$ และ $\vec{F}$ ทำมุม ϕ และ θ กับเส้นสัมผัส **ab** ณ ตำแหน่งนั้นตามลำดับ จะมีแรงในแนวสัมผัส $F_t = F\cos\phi + QE\cos\theta$ และแรงในแนวตั้งฉากกับเส้นสัมผัส $F_n = F\sin\phi + QE\sin\theta$ กระทำต่อประจุไฟฟ้า **Q**

แรงในแนวตั้งฉากกับเส้นสัมผัส : Fn : มีผลต่อทิศทางการเคลื่อที่ แต่ไม่มีผลต่อความเร็วในการเคลื่อนที่ของประจุ ส่วนแรงในแนวสัมผัส : Ft : จะทำให้ประจุ Q เคลื่อนที่ด้วยความเร่งค่าหนึ่ง ถ้าประจุไฟฟ้า Q เคลื่อนที่ไปเป็นระยะ dl ตามแนวเส้นสัมผัส จากกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้ Ft = ma โดย m = มวลของประจุไฟฟ้า Q

และ $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dv}{dL}\cdot\dfrac{dL}{dt} = v\,\dfrac{dv}{dL}$

ดังนั้น $F = \cos\phi + QE\cos\theta = mv\,\dfrac{dv}{dL}$ หรือ

$$FdL\cos\phi + QEdL\cos\theta = mvdv = d\left(\frac{1}{2}mv^{2}\right)$$

จึงได้ $\vec{F} = d\vec{L} + Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$ หรือ $\vec{F}d\vec{L} = d\left(\frac{1}{2}mv^{2}\right) - Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$

$\because \vec{F} \cdot d\vec{L}$ = งาน(ค่าน้อยๆ)จากแรงภายนอก : dw: และ $d\left(\frac{1}{2}mv^{2}\right)$ = พลังงานจลน์ (ค่าน้อยๆ) ของประจุไฟฟ้า : dE_p

และจากกฎการคงตัวของงาน-พลังงาน: งานที่ทำ = ผลบวกของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป $-Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$ จึงเป็นพลังงานศักย์ทางไฟฟ้า(ค่าน้อยๆ)ของประจุไฟฟ้า Q (du) $\therefore\ du = -Q\vec{E}.d\vec{L}$

พลังงานศักย์ไฟฟ้า ของประจุไฟฟ้า Q เมื่อเคลื่อนประจุไฟฟ้า Q จาก a ไป b ในสนามไฟฟ้าความเข้ม $\vec{E}$ จึงมีค่าเป็น $\int_a^b du = U_b - U_a = -\int_a^b Q\vec{E}\ d\vec{L}$

ถ้า a อยู่ที่ระยะอนันต์ ; $U_a = 0$ จึงได้ $U_b = -\int_\infty^b Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$

เนื่องจาก b เป็นจุดใดๆ ในสนามไฟฟ้า สมการทั่วไปของพลังงานศักย์ทางไฟฟ้า ณ จุดๆ ในสนามไฟฟ้า จึงเขียนได้เป็น $U = -\int Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$

ดังนั้น **“ พลังงานศักย์ทางไฟฟ้าของประจุไฟฟ้า ณ จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้าหมายถึง งานในการเคลื่อนประจุนั้นต้านแรงทางไฟฟ้าจากสนามไฟฟ้า จากระยะอนันต์มายังจุดนั้น”**

$\because dw = dE_K + du$ ในกรณีที่เป็นการเคลื่อนประจุจากจุดหนึ่งไปหยุด ณ อีกจุดหนึ่งในสนามไฟฟ้า หรือ เคลื่อนประจุด้วยความเร็วคงที่ : $dE_K = 0$ (พลังงานจลน์ไม่เปลียนแปลง) จะได้ $dw = du = -Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$

และ $w = -\int Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$

2.5.2 ศักย์ไฟฟ้า

(1) ศักย์ไฟฟ้า (V) ศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้า หมายถึง **“ พลังงานศักย์ทางไฟฟ้า ของประจุทดสอบ :Q ต่อหน่วยประจุทดสอบ ณ จุดนั้น ในสนามไฟฟ้า”**

ดังนั้น ศักย์ไฟฟ้า ณ จุด ใดๆ ในสนามไฟฟ้า $v = \frac{u}{Q^{'}} = -\int \frac{Q^{'}\vec{E}}{Q^{'}} d\vec{L}$

หรือ $v = -\int \vec{E} \cdot d\vec{L}$

จากสมการที่ได้ อาจให้นิยามศักย์ไฟฟ้าได้อีกอย่างว่า ศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้า หมายถึง **“ งานต่อหน่วยประจุในการเคลื่อประจุทดสอบต้านแรงทางไฟฟ้าจากสนามไฟฟ้า จากระยะอนันต์มายังจุดนั้นในสนามไฟฟ้า ”**

(2) ความต่างศักย์ไฟฟ้า : ความต่างศักย์ไฟฟ้า ระหว่าง 2 จุดใดๆในสนามไฟฟ้า คือผลต่างของศักย์ไฟฟ้าระหว่าง 2 จุด นั้น

จากสมการที่ $U_b - U_a = -\int_a^b Q^{'}\vec{E} \cdot d\vec{L}$

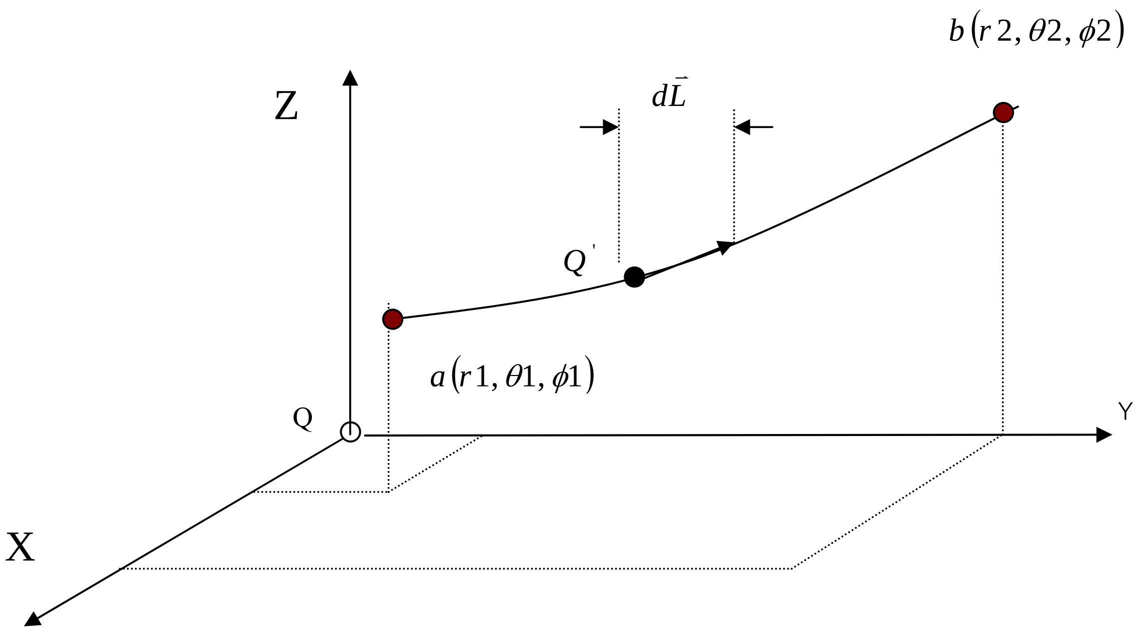
จะได้ $\frac{U_b}{Q^{'}} - \frac{U_a}{Q^{'}} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L}$

หรือ $v_b - v_a = v_{ba} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L}$

(3) ศักย์ไฟฟ้าระบบประจุต่างๆกับสมบัติอนุรักษ์ของสนามสถิตย์

จากสมการ $v_{ba} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L}$ เป็นเรื่องน่าคิดว่า ความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเส้นทางในการเคลื่อนประจุ(ทดสอบ) ระหว่างจุดทั้งสองหรือไม่ นั่นคือ ความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้าจะมีหลายค่าหรือเพียงค่าเดียว ซึ่งจะพิจารณากันต่อไป

3.1 ศักย์ไฟฟ้าของจุดประจุ



พิจารณาการเคลื่อนประจุทดสอบ $Q^{'}$ จาก a ไป b ในสนามไฟฟ้าของจุดประจุ Q จาก จาก a ไป b ตามเส้นทางดังรูป $\because v_b - v_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L}$

โดย $\vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}\cdot\vec{a}_r$ และ $d\vec{L} = dr\vec{a}_r + rd\theta\vec{a}_\theta + r\sin\theta d\phi\vec{a}_\phi$

$$\therefore v_b - v_a = -\int_a^b \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}\cdot\vec{a}_r\cdot\left(dr\vec{a}_r + rd\theta\vec{a}_\theta + r\sin\theta d\phi\vec{a}_\phi\right)$$

$$= -\int_{r1}^{r2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}\cdot dr$$

$$= \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_o}\int_{r1}^{r2}\frac{dr}{r^2} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{-1}{r}\right]_{r1}^{r2} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{-1}{r2}+\frac{1}{r1}\right]$$

ดังนั้น

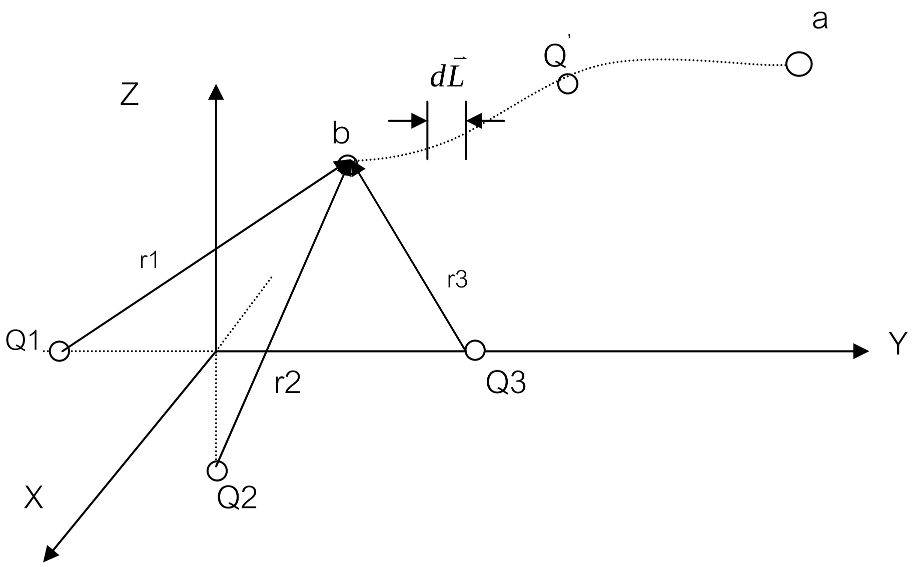
$$v_b - v_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r2}-\frac{1}{r1}\right]$$

และถ้า a เป็นจุดที่ระยะอนันต์ ; Va = 0 , 1/r = 0 เนื่องจากจุด b เป็นจุดใดๆ ในสนามไฟฟ้า ศักย์ไฟฟ้า ณ จุด ใด ๆ ในสนามไฟฟ้าของจุดประจุ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดประจุเป็นระยะ r จึงมีค่าเป็น $v = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r}$: เทียบกับระยะอนันต์

แต่ถ้าเลือก a เป็นจุดอ้างอิง(เทียบกับ b) ; $v_a = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r1}$ จึงเป็นค่าคงที่ แทนด้วย Co ศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้าของจุดประจุเทียบกับจุดๆหนึ่งในสนามไฟฟ้าจะมีค่าเป็น

$v = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} + C_O$: เมื่อไม่กำหนดจุดอ้างอิงศูนย์

3.1 ศักย์ไฟฟ้าของกลุ่มจุดประจุ



พิจารณาการเคลื่อนประจุทดสอบ Q' จาก a ไป b ในสนามไฟฟ้าของกลุ่มจุดประจุ $Q1, Q2, Q3, ... Qn$ ที่กระจายอย่างไม่ต่อเนื่อง ถ้าความเข้มสนามไฟฟ้าลัพธ์ จากกลุ่มจุดประจุ ณ ตำแหน่งใดๆ เป็น $\vec{E}$ จะได้ $\vec{E} = \vec{E}1 + \vec{E}2 + \vec{E}3 + ... + \vec{E}n$ เมื่อ $\vec{E}1, \vec{E}2, \vec{E}3, ...\vec{E}n$ เป็นความเข้มสนามไฟฟ้าจากจุดประจุ $Q1, Q2, Q3, ... Qn$ ณ ตำแหน่งนั้น จะได้

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad = \quad -\int_a^b \left(\vec{E}1 + \vec{E}2 + \vec{E}3 + ... + \vec{E}n\right) \cdot d\vec{L}$$

$$= -\int_a^b \vec{E}1 \cdot d\vec{L} - \int_a^b \vec{E}2 \cdot d\vec{L} - \int_a^b \vec{E}3 \cdot d\vec{L} ... - \int_a^b \vec{E}n \cdot d\vec{L}$$

ถ้า a เป็นจุดที่ระยะอนันต์ และ b เป็นจุดใดๆ ในสนามไฟฟ้า โดยอาศัยผลจากกรณีศักย์ไฟฟ้าของจุดประจุจะได้ว่า ศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้าของกลุ่มจุดประจุที่อยู่ห่างจากจุดประจุ $Q1, Q2, Q3, ... Qn$ เป็นระยะ $r1, r2, r3, ..., r_n$ ตามลำดับ มีค่าเป็น

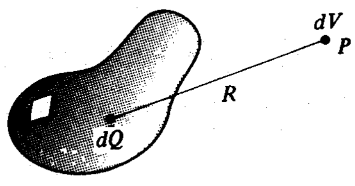
$$V = \frac{Q1}{4\pi\varepsilon_o r_1} + \frac{Q2}{4\pi\varepsilon_o r_2} + \frac{Q3}{4\pi\varepsilon_o r_3} + ... + \frac{Qn}{4\pi\varepsilon_o r_n}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{Q1}{r_1} + \frac{Q2}{r_2} + \frac{Q3}{r_3} + ... + \frac{Q_n}{r_n}\right)$$

หรือ $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{Qi}{r_i}$$

ผลจากการพิจารณาศักย์ไฟฟ้าจากจุดประและกลุ่มจุดประจุสรุปได้ว่า ความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้า ขึ้นอยู่กับ r เท่านั้น ไม่ขึ้นกับ θ และ ϕ แสดงว่าขึ้นอยู่กับตำแหน่งเท่านั้น ไม่ขึ้นกับเส้นทาง ว่า ความต่างศักย์ ระหว่าง 2 จุดในสนามไฟฟ้า จึงมีได้ค่าเดียว ทำให้แนวคิดเกี่ยวกับศักย์ไฟฟ้ามีประโยชน์มาก เพราะนอกจากไม่ขึ้นกับเส้นทางในการเคลื่อนประจุทดสอบแล้ว ยังเป็นปริมาณสเกลาร์ด้วยจึงไม่ต้องเกี่ยวข้องกับทิศทางทำให้พิจารณาได้ง่ายขึ้น

3.3 ศักย์ไฟฟ้าของประจุไฟฟ้าที่กระจายอยู่อย่างต่อเนื่อง



ถ้าประจุมีการกระจายทั่วปริมาตรที่จำกัด ซึ่งความหนาแน่นประจุ $\rho\left(C / m^{3}\right)$ รู้ค่าแน่นอนแล้ว ศักย์ที่จุดภายนอกสามารถหาค่าได้ ในการหาค่านั้น ประจุเล็กๆที่จุดใดๆ ภายในปริมาตรนั้น ถูกกำหนดที่จุด P ดังรูป ดังนั้น $dv = \dfrac{dQ}{4\pi\varepsilon_o R}$

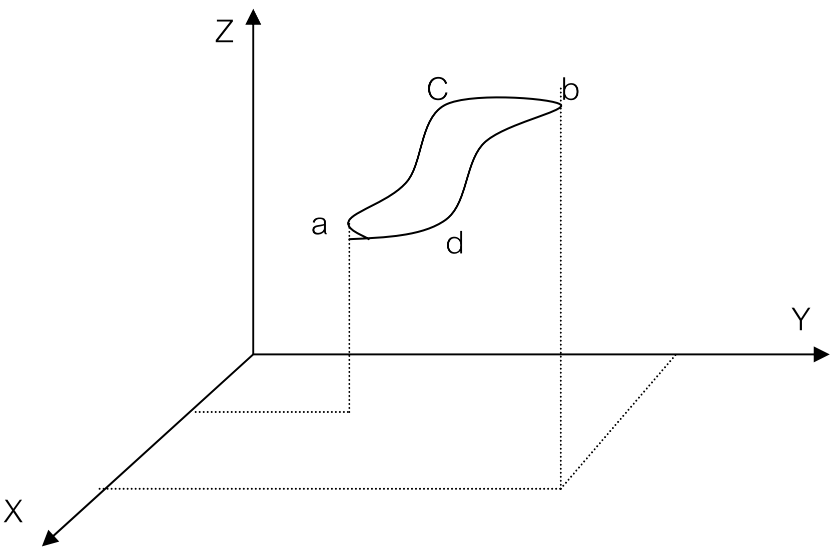
การอินทิเกรททั่วทั้งปริมาตรจะได้ศักย์รวมที่ จุด P

$$V = \int_v \frac{\rho dv}{4\pi\varepsilon_o R}$$

ซึ่ง dQ ถูกแทนโดย ρdv และ R ในที่นี้เป็นระยะทางจาก dQ ไปยังจุด P ซึ่งR มักจะเปลี่ยนค่าจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งตลอดทั้งปริมาตรนั้น ดังนั้น R นี้จะไม่สามารถถูกย้ายออกมานอกอินทิแกรนด์ได้

3.4 สมบัติอนุรักษ์ของสนามไฟฟ้าสถิตย์

การที่ความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้าสถิตย์ไม่ขึ้นกับเส้นทาง ขึ้นกับตำแหน่งเพียงอย่างเดียว แสดงว่าสนามไฟฟ้าสถิตย์เป็น “ สนามอนุรักษ์” เช่นเดียวกับสนามความโน้มถ่วง สมบัติอนุรักษ์ของสนามไฟฟ้าสถิตย์แสดงได้โดยอินทิกรัลเชิงเส้นรอบเส้นทางปิด *abcda*



$$\because V_{ba} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

จากรูป $V_{ba} = -\int_{acd} \vec{E} \cdot d\vec{L}$ และ $V_{ba} = -\int_{adb} \vec{E} d\vec{L}$

$$\therefore -\int_{acb} \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\int_{adb} \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad \text{หรือ} \quad \int_{acb} \vec{E} \cdot d\vec{L} - \int_{adb} \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$$

แต่ $\int_{adb} \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\int_{bda} \vec{E} \cdot d\vec{L}$ ดังนั้น $\int_{acb} E \cdot d\vec{L} + \int_{bda} \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$

หรือ $\int_{acbda} \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$ แสดงว่าอินทิกรัลของ $\vec{E} \cdot d\vec{L}$ รอบเส้นทางปิดเป็นศูนย์

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$ จึงเป็นสมการแสดงสมบัติอนุรักษ์ของสนามไฟฟ้าสถิตย์

2.5.3 Potential Gradient

ความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ b และ a ในสนามไฟฟ้าหาไดจากสมการ $V_{ba} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L}$ ถ้าจุด a และ b อยู่ใกล้กันมาก ความต่างศักย์ระหว่างจุดทั้ง 2 เขียนแทนได้ด้วย dv $\because dv = -\vec{E} \cdot d\vec{L} = EdL\cos\theta$ เมื่อ θ เป็นมมุมระหว่าง $\vec{E}$ กับ $d\vec{L}$

$$\therefore \frac{dv}{dL} = -E \cos\theta$$

เนื่องจากความเข้มสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ มีความหนาแน่นค่าหนึ่ง ณ จุดๆหนึ่งโดยไม่ขึ้นอยู่กับทิศทางของ $d\vec{L}$; dv จึงมีค่าสูงสุดและเป็นบวกเมื่อ $\cos\theta = -1$ หรือ $\theta = 180^\circ$ คือ เมื่อ $d\vec{L}$ มีทิศตรงกันข้ามกับ $\vec{E}$

ดังนั้น $\left.\frac{dv}{dL}\right|_{ÊÙ§ÊØ} = E$ ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้า กับศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใดๆ ในสนามไฟฟ้าว่า

(1) ขนาดของความเข้มสนามไฟฟ้า คือค่าสูงสุดของอัตราการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าเมื่อเทียบกับระยะทาง ; $\frac{dv}{dL}$ เรียกว่า " ความชันศักย์ไฟฟ้า" หรือ **Potential Granient**

(2) ทิศของความเข้มสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ จะอยู่ในทิศทางตรงข้ามกับทิศที่ศักย์ไฟฟ้าเพิ่มขึ้นมากที่สุด

ถ้า $\vec{a}_n$ เป็นเวกเตอร์หน่วยที่อยู่ในแนวเส้นปกติ(ตั้งฉาก)ของพื้นผิวสมศั(**Equipotential Surface**) ในทิศที่ศักย์ไฟฟ้าเพิ่มขึ้น(พื้นผิวสมศักย์คือพื้นผิวที่ทุกจุดบนพื้นผิวนั้นมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากันหมดจึงไม่ต้องทำงานในการเคลื่อนประจุบนพื้นผิวนี้ เช่นพี้ผิวทรงกลม รอบจุดประจุที่มีจุดประจุอยู่ที่จุดศูนย์กลาง พื้นผิวทรงกระบอกรอบเส้นประจุที่มีเส้นประจุเป็นแกนกลาง) จะได้

$$\vec{E} = -\left.\frac{dv}{dL}\right|_{ÊÙ§ÊØ} \vec{a}_n \quad \text{หรือ} \quad \vec{E} = -\frac{dv}{dL} \cdot \vec{a}_n \quad \text{เมื่อ} \quad \frac{dv}{dn} = \left.\frac{dv}{dL}\right|_{ÊÙ§ÊØ}$$

แสดงว่า " ความเข้มสนามไฟฟ้า หาได้จากอัตราการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าเมื่อเทียบกับระยะทางในแนวตั้งฉากกับผิวสมศักย์มีค่าลดลง"

ในระบบพิกัดฉาก $\vec{E} = Ex\vec{a}_x + Ey\vec{a}_y + Ez\vec{a}_z$ ถ้า $d\vec{L} = dx\vec{a}_x$

จะได้ $dv = -\vec{E} \cdot d\vec{L} = -Exdx$

หรือ $Ex = -\frac{-dv}{dx}\Big|_{y,z¤§·Õè}(\because dy\ , dz\ ..à»ç¹È Ù¹Âì)$

ดังนั้น $Ex = -\frac{\partial v}{\partial x}$

ในทำนองเดียวกัน ถ้า $d\vec{L} = dy\vec{a}_y ..áÅÐ..d\vec{L} = dz\vec{a}_z$

จะได้ $Ey = -\frac{\partial v}{\partial y}..áÅÐ..Ez = -\frac{\partial v}{\partial z}$ ตามลำดับ

$$\therefore\ \therefore \vec{E} = -\left(\frac{\partial v}{\partial x}\vec{a}_x + \frac{\partial v}{\partial y}\vec{a}_y + \frac{\partial v}{\partial z}\vec{a}_z\right)$$

แต่

$$\frac{\partial}{\partial x}\vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{a}_z \equiv \nabla......¨Ö§ä´é...\vec{E} = -\nabla V$$

∇V คือ Gradient of V หรือ grad V มีค่าตามระบบต่างๆ ดังนี้

ระบบพิกัดฉาก : $\nabla V = \frac{\partial v}{\partial x}\vec{a}_x + \frac{\partial v}{\partial y}\vec{a}_y + \frac{\partial v}{\partial z}\vec{a}_z$

ระบบพิกัดทรงกระบอก : $\nabla V = \frac{\partial v}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \phi}\vec{a}_\phi + \frac{\partial v}{\partial z}\vec{a}_z$

ระบบพิกัดทรงกลม : $\nabla V = \frac{\partial v}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}\vec{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial v}{\partial \phi}\vec{a}_\phi$

ตัวอย่างที่ 1 ประจุชนิดจุด 2 ประจุ -4µC และ 5 µC อยู่ที่ (2,-1,3) และ (0,4,-2) ตามลำดับ สมมุติศักย์ศูนย์อยู่ที่อนันต์ จงหาศักย์ไฟฟ้าที่ (1,0,1)

วิธีทำ กำหนดให้ $Q1 = -4\mu C...áÅÐ...Q2 = 5\mu C$

ถ้า $V(\infty) = 0$; Co = 0

$$V_{(r)} = \frac{Q1}{4\pi\varepsilon_o|r - r_1|} + \frac{Q2}{4\pi\varepsilon_o|r - r_2|} + Co$$

$$|r - r_1| = |(1,0,1) - (2,-1,3)| = |(-1,1,-2)| = \sqrt{6}$$

$$|r - r_2| = |(1,0,1) - (0,4,-2)| = |(1,-4,3)| = \sqrt{26}$$

$$\therefore V(1,0,1) = \frac{10^{-6}}{4\pi\left(\frac{10^{-9}}{36\pi}\right)} \cdot \left[\frac{-4}{\sqrt{6}} + \frac{5}{\sqrt{26}}\right]$$

$$= 9 \times 10^{3}\left(-1.633 + 0.9806\right) = -5.872 ...Kv ...\mu Í^{o}$$

ตัวอย่างที่ 2 ประจุชนิดจุด 5nC อยู่ที่ (-3,4,0) ในขณะที่เส้น Y = 1 ,Z = 1 มีประจุคงที่ 2nC/m

(ก) ถ้า V = 0V ที่ O(0,0,0) จงหา V ที่ A(5,0,1)

(ข) ถ้า V = 100V ที่ B(1,2,1) จงหา V ที่ C(-2,5,3)

(ค) ถ้า V = 5V ที่ O หา VBC

วิธีทำ กำหนดให้ศักย์ที่จุดใดๆ เป็น $V = V_Q + V_L$

เมื่อ $V_Q = V$ ที่เกิดจากประจุชนิดจุด ณ ตำแหน่งพิจารณา

$V_L = V$ ที่เกิดจากประจุเชิงเส้น ณ ตำแหน่งพิจารณา

กรณีประจุชนิดจุด : $V_Q = -\int \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\int \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \cdot \vec{a}_r \cdot dr \cdot \vec{a}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} + C1$

กรณีประจุเชิงเส้นอนันต์: $V_L = -\int \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\int \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_o \rho} \cdot \vec{a}_\rho \cdot d\rho \cdot \vec{a}_\rho$

$$= -\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_o}\ln\rho + C2$$

ดังนั้น

$$V = -\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_o}\ln\rho + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} + C$$

เมื่อ $C = C1 + C2$ = ค่าคงที่

ρ = ระยะตั้งฉากจากเส้น $y = 1, z = 1$ กับจุดสนามไฟฟ้า

r = ระยะจากประจุชนิดจุดถึงจุดสนามไฟฟ้า

(ก) ถ้า V = 0 ที่ O(0,0,0) และหา V ที่ A(5,0,1); ในตอนแรกเราจะหาค่าของ ρ และ r ที่ O และ A (อย่าลืมว่า เส้น $y = 1, z = 1$ ขนานกับแกน X)

$$\rho_o = \left|(0,0,0) - (0,1,1)\right| = \sqrt{2}$$

$$r_o = \left|(0,0,0) - (-3,4,0)\right| = 5$$

$$\rho_A = \left|(5,0,1) - (5,1,1)\right| = 1$$

$$r_A = \left|(5,0,1) - (-3,4,0)\right| = 9$$

$$\therefore\ V_O - V_A = -\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{\rho_o}{\rho_A} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_A}\right]$$

$$= \frac{-2\times10^{-9}}{\left(2\pi\times10^{-9}/36\pi\right)}\cdot\ln\frac{\sqrt{2}}{1} + \frac{5\times10^{-9}}{\left(4\pi\times10^{-9}/36\pi\right)}\left[\frac{1}{5} - \frac{1}{9}\right]$$

$$0 - V_A = -36\ln\sqrt{2} + 45\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9}\right)$$

$$V_A = -36\ln\sqrt{2} - 4.. = 8.477 .....V.....\mu Í^o$$

(ข) ถ้า V = 100V ที่ B(1,2,1) และ ค่า V ที่ C(-2,5,3)

$$\rho_B = |(1,2,1)-(1,1,1)| = 1$$
$$r_B = |(1,2,1)-(-3,4,0)| = \sqrt{21}$$
$$\rho_C = |(-2,5,3)-(-2,1,1)| = \sqrt{20}$$
$$r_C = |(-2,5,3)-(-3,4,0)| = \sqrt{11}$$

$$\therefore V_C - V_B = -\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{\rho_o}{\rho_B} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_C} - \frac{1}{r_B}\right]$$
$$V_C - 100 = -36\ln\frac{\sqrt{20}}{1} + 45\left[\frac{1}{\sqrt{11}} - \frac{1}{\sqrt{21}}\right] = -50.175 ....V......\mu Í^o$$

(ค) การหาความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุด เราไม่ต้องใช้ศักย์อ้างอิงถ้าสมมุติค่าอ้างอิงร่วมกัน

$$V_{BC} = V_C - V_B = -50.175 ....V...\mu Í^o \;\; ..(ä´é¼ÅÅÑ¾¸ìàËÁ×Í¹¢éÍ(¢\,))$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ศักย์ $V = \frac{10}{r^2}\sin\theta\cos\phi$ จงหาค่าต่อไปนี้

(ก) ความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า D ที่ $(2, \pi/2, 0)$

(ข) งานที่ทำในการเคลื่อนประจุ 10μC จากจุด $A(1,30^\circ,120^\circ)$ ไปยังจุด $B(4,90^\circ,60^\circ)$

วิธีทำ

(ก) จาก $\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E}$ แต่ $\vec{E} = -\nabla\vec{V}$

$$-\nabla\vec{V} = -\left[\frac{\partial V}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta}\vec{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial\phi}\vec{a}_\phi\right]$$
$$= \frac{20}{r^3}\sin\theta\cos\phi\vec{a}_r - \frac{10}{r^3}\cos\theta\cos\phi\vec{a}_\theta + \frac{10}{r^3}\sin\phi\vec{a}_\phi$$

ที่ $(2,\pi/2,0)$; $\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E}\ (r = 2, \theta = \pi/2, \phi = 0)$

$$= \varepsilon_o\left(\frac{20}{8}\vec{a}_r - 0\vec{a}_\theta + 0\vec{a}_\phi\right)$$
$$= 2.5\varepsilon_o\vec{a}_r .... C/m^2$$
$$= 22.1\vec{a}_r .... \rho C/m^2 ....\mu Í^o$$

(ข) หางานที่ทำได้ หาได้ 2 วิธี โดยการใช้ E หรือ V

วิธีที่ 1 $w = -Q\int \vec{E}\cdot d\vec{L}$.....ËÃ×Í.. $-\dfrac{w}{Q}\int \vec{E}\cdot dL$

เนื่องจากสนามไฟฟ้าสถิตย์เป็นสนามอนุรักษ์เส้นทางของการอินทิเกรทจึงไม่สำคัญดังนั้น งานที่ทำในการ เคลื่อน Q จาก $A\left(1,30^\circ,120^\circ\right)$ ไปยัง $B\left(4,90^\circ,60^\circ\right)$ จึงเหมือนกับการเคลื่อน Q จาก A ไปยัง A' จาก A' ไปยัง B' และจาก B' ไปยัง B โดยที่

$$
\begin{array}{ccccc}
A\left(1,30^\circ,120^\circ\right) & & & & B\left(4,90^\circ,60^\circ\right) \\
\downarrow & & & & \uparrow \\
d\vec{L} = dr\vec{a}_r & & & & d\vec{L} = r\sin\theta d\phi\vec{a}_\phi \\
\downarrow & & & & \uparrow \\
A'\left(4,30^\circ,120^\circ\right) & \rightarrow & d\vec{L} = rd\theta\vec{a}_\theta & \rightarrow & B'\left(4,90^\circ,120^\circ\right)
\end{array}
$$

ดังนั้น $\dfrac{-w}{Q} = -\dfrac{1}{Q}\left(W_{AA'} + W_{A'B'} + W_{B'B}\right) = \left(\int_{AA'} + \int_{A'B'} + \int_{B'B}\right)\vec{E}\cdot d\vec{L}$

$$= \int_{r=1}^{4}\frac{20\sin\theta\cos\phi}{r^3}dr\Big|_{\theta=30^\circ,\phi=120^\circ} + \int_{\theta=30^\circ}^{90^\circ}\frac{-10\cos\theta\cos\phi}{r^3}rd\theta\Big|_{r=4,\phi=120^\circ} + \int_{\phi=120^\circ}^{60^\circ}\frac{10\sin\phi}{r^3}\sin\theta d\phi\Big|_{r=4,\theta=90^\circ}$$

$$= 20\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right)\left[\frac{-1}{2r^2}\right]_{r=1}^{4} - \frac{-10(-1)}{16\times 2}\sin\theta\Big|_{30^\circ}^{90^\circ} + \frac{10(1)}{16}\left[-\cos\phi\Big|_{120^\circ}^{60^\circ}\right]$$

$$\frac{-w}{Q} = \frac{-75}{32} + \frac{5}{32} - \frac{10}{16} = -\frac{45}{16}$$

$w = \dfrac{45}{16}\cdot Q = 28.125$..... μJ.......... ...μÍº

วิธีที่ 2 เนื่องจากทราบค่า V

จะได้ $w = -Q\int E\cdot dL = QV_{AB} = Q\left(V_B - V_A\right)$

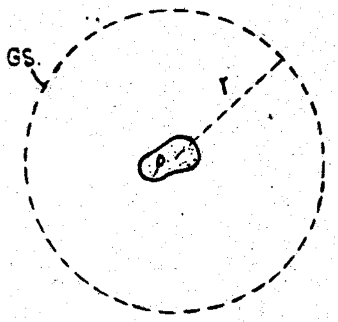
$$= 10\left(\frac{10}{16}\sin 90^\circ\cos 60^\circ - \frac{10}{1}\sin 30^\circ\cos 120^\circ\right)\times 10^{-6}$$

$= 10\left(\dfrac{10}{32} - \dfrac{(-5)}{2}\right)\times 10^{-6} = 28.125$....... μJ.....μÍº

2.5.4 พลังงานไฟฟ้าและความหนาแน่นพลังงานไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าสถิตย์

ในการเคลื่อนประจุไฟฟ้าจากบริเวณภายนอกสนามไฟฟ้าหรือ ระยะอนันต์เข้ามายังบริเวณภายในสนามไฟฟ้าจะต้องทำงานต้านกับแรงทางไฟฟ้าจากประจุเจ้าของสนามโดยงานที่ทำนี้จะเปลี่ยนพลังงานศักย์ทางไฟฟ้าสะสมอยู่ในระบบนั้น

(1) พลังงานไฟฟ้าที่สะสมอยู่ในระบบที่ประจุกระจายอย่างไม่ต่อเนื่อง



การหาพลังงานไฟฟ้าที่สะสมอยู่ในระบบที่ประกอบด้วย กลุ่มของจุดประจุ ก็คือการหางานจากภายนอกในการเคลื่อนประจุเหล่านี้มาวาง ณ ตำแหน่งต่างๆ ในบริเวณที่จุดประจุกระจายอยู่

ถ้าจุดประจุ $Q1, Q2, Q3,...., Qn$ วางอยู่ใน Free Space ณ ตำแหน่งต่างๆ ดังรูป งานในการเคลื่อนประจุเหล่านี้ จากระยะอนันต์มายังตำแหน่งของแต่ละจุดประจุ ทีละจุดประจุมีค่าดังนี้

งานในการเคลื่อนประจุ Q1 เข้ามา = 0 (เพราะยังไมมีสนามไฟฟ้า)

งานในการเคลื่อนประจุ Q2 เข้ามา = Q_2V_{21}

งานในการเคลื่อนประจุ Q3 เข้ามา = $Q_3V_{31} + Q_3V_{32}$

งานในการเคลื่อนประจุ Q4 เข้ามา = $Q_4V_{41} + Q_4V_{42} + Q_4V_{43}$

งานในการเคลื่อนประจุ Qn เข้ามา = $Qn + Vn1 + QnVn2 + ... QnVn, n-1$

งานทั้งหมด = พลังงานไฟฟ้าในระบบ

$$WE = Q_2V_{21} + Q_3V_{31} + Q_3V_{32} + Q_4V_{41} + Q_4V_{42} + Q_4V_{43} \text{.....(1)}$$

แต่ $Q_2V_{21} = Q_2\left(\frac{KQ_1}{R_{12}}\right) = Q_1\left(\frac{KQ_2}{R_{21}}\right) = Q_1V_{12}$

และในทำนองเดียวกัน $Q_3V_{31} = Q_1V_{13}, Q_3V_{32} = Q_2V_{23}$

จากสมการที่(1) จึงได้

$$WE = Q_1V_{12} + Q_1V_{13} + Q_2V_{23} + Q_1V_{14} + Q_2V_{24} + Q_3V_{34} + ... \quad \text{.......(2)}$$

สมการที่ (1)+(2) จะได้

$$2WE = Q_1\left(V_{12} + V_{13} + V_{14} + ..\right) + Q_2\left(V_{21} + V_{23} + V_{24}..\right) + Q_3\left(V_{31} + V_{32} + V_{34} + ..\right) + Q_4\left(V_{41} + V_{42} + V_{43}..\right) + ..$$

.

$$= Q_1V_1 + Q_2V_2 + Q_3V_3 + Q_4V_4 + ...$$

เมื่อ $V_1, V_2, V_3, ...$ เป็นศักย์ไฟฟ้า ณ ตำแหน่งของ $Q1, Q2, Q3, ..., Qn$ เนื่องจากจุดประจุอื่นๆ ตามลำดับ พลังงานไฟฟ้าในระบบจึงเป็น

$$WE = \frac{1}{2}\left(Q_1V_1 + Q_2V_2 + Q_3V_3 + ...Q_nV_n\right)$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_iV_i$$

(2) พลังงานไฟฟ้าที่สะสมอยู่ในระบบที่ประจุไฟฟ้ากระจายอยู่อย่างต่อเนื่อง

ถ้าประจุกระจายอย่างต่อเนื่องโดยมีความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตรเป็น ρ พลังงานไฟฟ้าในระบบหาได้จากการพิจารณาสมการ ของพลังงานไฟฟ้าในระบบของกลุ่มจุดประจุโดยแทนแต่ละจุดประจุด้วยประจุน้อยๆ $d\theta = \rho dv$ และเปลี่ยนจากการรวมแบบไม่ต่อเนื่อง $\left(\sum\ \right)$ มาเป็นการรวมแบบต่อเนื่อง $\left(\int\ \right)$

จากการพิจารณาดังกล่าวจะได้ว่า $WE = \frac{1}{2}\int_v \rho v dv$

ซึ่งเขียนในเทอมของความเข้มสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ได้ โดยการพิจารณาดังนี้

$$\because\ \rho = \nabla\cdot\vec{D} \qquad \therefore\ WE = \frac{1}{2}\int_v \left(\nabla\cdot\vec{D}\right)v dv$$

เนื่องจาก $\nabla\cdot\left(V\cdot\vec{D}\right) = V\left(\nabla\cdot\vec{D}\right) + \vec{D}\left(\nabla V\right)...\ddot{E}\tilde{A}\times\acute{I}.\left(\nabla\cdot\vec{D}\right)V = \nabla\cdot\left(V\vec{D}\right) - \vec{D}\cdot\left(\nabla V\right)$

ดังนั้น $WE = \frac{1}{2}\int_v \left[\nabla\cdot\left(V\vec{D}\right) - \vec{D}\cdot\left(\nabla V\right)\right]dv$

จากทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์ $\int_v \nabla\cdot\left(V\vec{D}\right)dv = \oint_s \left(V\vec{D}\right)\cdot d\vec{s}$

$$\therefore\ WE = \frac{1}{2}\oint_s \left(V\vec{D}\right)\cdot d\vec{s} - \frac{1}{2}\int_v \vec{D}\cdot\left(\nabla V\right)dv$$

พิจารณาค่า $\oint_s \left(V\vec{D}\right)\cdot d\vec{s}$ ถ้าเลือกผิวปิดล้อมรอบปริมาตรที่ประจุกระจายกันอยู่เป็นผิวปิดทรงกลมขนาดใหญ่ รัศมี r ดังรูป ประจุที่กระจายกันอยู่จะเสมือนรวมกันเป็นจุดประจุอยู่ที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมทำให้

(1) ศักย์ไฟฟ้า V เป็นสัดส่วนกับ r (เป็นอย่างน้อย)

(2) ความหนาแน่นฟลักซ์สนามไฟฟ้าเป็นสัดส่วนกลับ กับ r^2 (เป็นอย่างน้อย)

(3) ผิวปิดน้อยๆ ds ซึ่งเป็นผิวปิดน้อยๆ บนผิวทรงกลม เป็นสัดส่วนโดยตรงกับ r^2 เท่านั้น $\left(V\vec{D}\right)\cdot d\vec{s}$ จึงเป็นสัดส่วนกลับกับ r (เป็นอย่างน้อย)

เราอาจเลือกผิวปิดทรงกลมให้มีรัศมีเท่าใดก็ได้ ถ้า $r \to \infty..;..\left(V\vec{D}\right)\cdot d\vec{s} \to 0$

จึงได้ $\oint_s \left(V\vec{D}\right)\cdot d\vec{s} = 0....$´Ñ§¹Ñé¹.$WE = \frac{-1}{2}\int_V \vec{D}\cdot(\nabla V)dv$ แต่ $\vec{E} = -\nabla V$

จึงได้ $WE = \frac{1}{2}\int_V \left(\vec{D}\cdot\vec{E}\right)dv$

ถ้าประจุกระจายอยู่ใน free space ความหนาแน่นฟลักซ์สนามไฟฟ้า $\vec{D}$ และความเข้มสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ มีความสัมพันธ์กันตามสมการ $\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E}$

ดังนั้น $WE = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon_o E^2 dv$ หน่วย : J

(3) ความหนาแน่นพลังงานไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าสถิตย์

จากสมการ $WE = \frac{1}{2}\int_V \left(\vec{D}\cdot\vec{E}\right)dv$

เขียนสมการ differential ได้เป็น $dWE = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}dv$ จึงได้ $\frac{dWE}{dv} = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$

$\frac{dWE}{dv}$ คือพลังงานต่อหน่วยปริมาตรหรือความหนาแน่นพลังงาน: U

$\therefore \quad U = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$ และใน free space $U = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2$ หน่วย J/m^3

ตัวอย่างที่ 4 จงหางานในการเคลื่อนประจุ 5μC ในสนามไฟฟ้า $\vec{E} = (2y+1)\vec{a}_x + 2x\vec{a}_y - 3\vec{a}_z$ เป็นระยะ 1mm ตามเส้นทางที่เริ่มจากจุด (1,2,-1) ไปยัง (ก) (2,2,-1) ข(11,6,-7)

วิธีทำ จากสมการ $dw = -Q\vec{E}\cdot d\vec{L}.......$ áÅÐ....$d\vec{L} = dL\cdot\vec{a}_L; d\vec{L} = \vec{a}_x$

ณ จุดที่กำหนด $\vec{E} = 5\vec{a}_x + 2\vec{a}_y - 3\vec{a}_z$ (แทนค่าจุดเริ่มต้นเข้าไป)

(ก) $d\vec{L} = 10^{-3}\vec{a}_x \quad \therefore \quad dw = -5\times10^{-6}\left(5\vec{a}_x + 2\vec{a}_y - 3\vec{a}_z\right)\left(10^{-3}\vec{a}_x\right)$

$= -25\times10^{-9} = 25.....\eta J$ **ตอบ**

(ข) $d\vec{L} = \frac{10^{-3}\vec{a}_x}{\sqrt{152}}\left(10\vec{a}_x + 4\vec{a}_y - 6\vec{a}_z\right).........\ ....\left(d\vec{L} = dL\cdot\vec{a}_L\right)$

$\therefore \quad -Q\vec{E} = -5\times10^{-6}\left(5\vec{a}_x + 2\vec{a}_y - 3\vec{a}_z\right)$

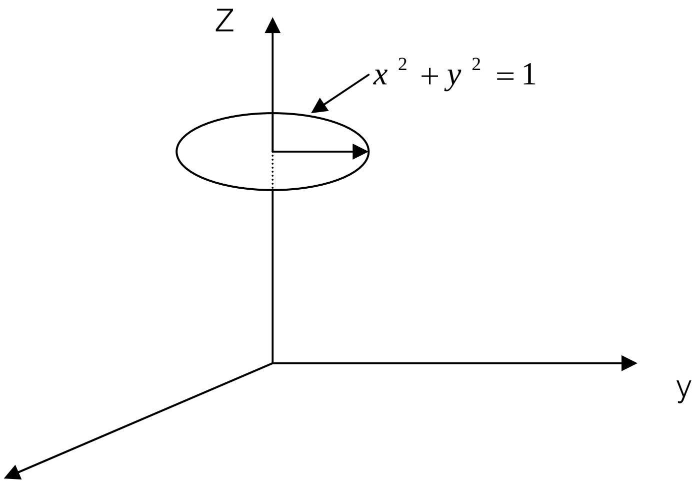
$\therefore dw = -5\times10^{-6}\left(5\vec{a}_x + 2\vec{a}_y - 3\vec{a}_z\right)\cdot\frac{10^{-3}}{\sqrt{152}}\left(10\vec{a}_x + 4\vec{a}_y - 6\vec{a}_z\right)$

$$= \frac{-5\times 10^{-9}}{\sqrt{152}}\left(50 + 8 + 18\right)........ J$$

$$= -30.8.......... .... \eta J ....\mu\acute{I}^{o}$$

ตัวอย่างที่ 5 ภายในสนามไฟฟ้าที่มีความเข้มไม่สม่ำเสมอ $\vec{E} = y\vec{a}_x + x\vec{a}_y + 2\vec{a}_z$ จงหางานในการเคลื่อประจุ 2C จากจุด (1,0,1) ไปยังจุด (0.8,0.6,1) ตามเส้นทาง $x^2 + y^2 = 1....\acute{a}\AA\DJ.... z = 1$

วิธีทำ



จากสมการ $w = -Q\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{L}$

$$w = -Q\int_a^b \left(y\vec{a}_x + x\vec{a}_y + 2\vec{a}_z\right)\cdot\left(dx\vec{a}_x + dy\vec{a}_y + dz\vec{a}_z\right)$$

$$w = -Q\int_a^b \left(ydx + xdy + 2dz\right)$$

$$\therefore w = -2\left[\int_1^{0.8} ydx + \int_0^{0.6} xdy + 2\int_1^1 dz\right]$$

$$= -2\left[\int_{1.0}^{0.8}\sqrt{1-x^2}dx + \int_0^{0.6}\sqrt{1-y^2}dy + 0\right]$$

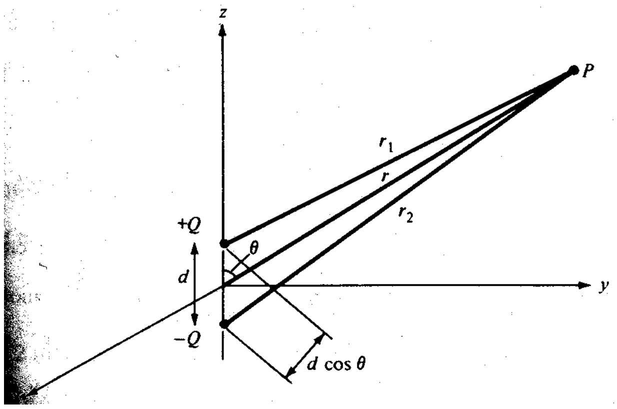
$$= -2\left[\frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}x\Big|_1^{0.8} + \frac{y}{2}\sqrt{1-y^2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}y\Big|_0^{0.6}\right]$$

$$= -\left(0.48 + 0.927 - 0 - 1.571\right) - \left(0.48 + 0.644 - 0 - 0\right)$$

$$= -0.96.......... ..... J .... \mu\acute{I}^{o}$$

2.5.5 ไดโพลไฟฟ้า(An Electric Dipole)

ไดโพลไฟฟ้าเกิดขึ้นเมื่อประจุชนิดจุด 2 ประจุซึ่งมีขนาดเท่ากัน แต่มีเครื่องหมายตรงข้ามกันอยู่ห่างกันเป็นระยะสั้นๆ เมื่อเทียบกับระยะไดโพลไฟฟ้าไปยังจุด (P) ที่เราต้องการทราบค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าดังรูป



จากรูปศักย์ที่จุด $P(r,\theta,\phi)$ คือ

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right] \text{..........................(1)}$$

เมื่อ r_1 และ r_2 เป็นระยะห่างระห่าง P กับ +Q และ P กับ -Q ตามลำดับ

ถ้า $r >>$ d ; $r_2 - r_1 \approx d\ \cos\theta, r_2 r_1 \approx r^2$ สมการที่ (1) จะเปลี่ยนเป็น

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{d\ \cos\theta}{r^2}\right) \text{...(2)}$$

เนื่องจาก $d\ \cos\theta = d\ \cdot \vec{a}_r$ ....$\hat{a}$´$\hat{A}$ ..... $d\ = d\vec{a}_z$ กำหนดให้

$$\vec{P} = Q\vec{d} \qquad \text{...(3)}$$

เมื่อ **P** เป็น **ไดโพลโมเมนต์หรือโมเมนต์ของไดโพล (Dipole Moment)**

เขียนสมการที่(2) ใหม่ได้ดังนี้

$$V = \frac{\vec{P} \cdot \vec{a}_r}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad \text{................................(4)}$$

ถ้าจุดศูนย์กลางของไดโพลไม่อยู่ที่จุด Origin แต่อยู่ที่ r' สมการที่(4) จะเปลี่ยนเป็น

$$V(r) = \frac{\vec{P}\cdot(r - r')}{4\pi\varepsilon_o |r - r'|} \qquad \text{.....................................(5)}$$

หาความเข้มของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากไดโพลซึ่งมีศูนย์กลาง ณ จุด Origin ได้จาก สมการ $\vec{E} = -\nabla V$ และ สมการที่ (1) ดังนี้

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left[\frac{\partial V}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{a}_\theta\right]$$

$$= \frac{Qd\cos\theta}{2\pi\varepsilon_o r^3}\vec{a}_r + \frac{Qd\sin\theta}{4\pi\varepsilon_o r^3}\vec{a}_\theta$$

หรือ

$$\vec{E} = \frac{P}{4\pi\varepsilon_o r^3}\left(2\cos\theta\vec{a}_r + \sin\theta\vec{a}_\theta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

เมื่อ $P = \left|\vec{P}\right| = Qd$

สังเกตว่าประจุชนิดจุดมีลักษณะเป็นโพลเดียว(Monopole)และความเข้มของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุชนิดจุดแปรผันกลับกับ r^2 แต่ศักย์แปรผันกลับกับ r

ตัวอย่างที่ 6 ไดโพล 2ไดโพลที่มีไดโพลโมเมนต์ $-5\vec{a}_z ..nC \cdot m$ และ $9\vec{a}_z nC \cdot m$ อยู่ที่จุด (0,0,-2) และ (0,0,3) ตามลำดับ จงหาศักย์ที่จุดออริจิน

วิธีทำ $V = \sum_{k=1}^{2}\frac{\vec{P}_k \cdot \vec{r}_k}{4\pi\varepsilon_o r_k^{\ 3}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{r}_1}{r_1^{\ 3}} + \frac{\vec{P}_2 \cdot \vec{r}_2}{r_2^{\ 3}}\right]$

เมื่อ $\vec{P}_1 = -5\vec{a}_z \, , r1 = (0,0,0) - (0,0,-2) = 2\vec{a}_z \, ; r1 = \left|\vec{r}1\right| = 2$

$\vec{P}_2 = 9\vec{a}_z \, ; r2 = (0,0,0) - (0,0,3) = -3\vec{a}_z \, ; r2 = \left|\vec{r}2\right| = 3$

ดังนั้น $V = \frac{1}{4\pi\left(\frac{10^{-9}}{36\pi}\right)} \cdot \left[\frac{-10}{2^3} - \frac{27}{3^3}\right] \cdot 10^{-9} = -20.25........V....\mu Í^o$